**Делимость чисел.**

**I тур.**

1) Придумайте натуральное число, которое при делении на 2 дает в остатке 1 и при делении на 3 дает в остатке 1.

2) Придумайте натуральное число, которое при делении на 2, на 3 и на 5 дает в остатке 1.

3) Придумайте число, которое при делении на 2, на 3, на 4, на 5, на 6, на 7, на 8 и на 9 дает в остатке 1.

**Решение:**

1) Ответ: например, 7.

2) Ответ: например, 31.

**Решение.** Найти такое число можно так: , Очевидно, такое число при делении на 2, на 3 и на 5 дает в остатке 1.

3) Ответ: например, 2521.

**Решение.** Рассмотрим число: . Очевидно, такое число удовлетворяет требуемому условию. Можно число существенно уменьшить. Так как если число делится на 8 с остатком 1, то и на 2 и на 4 оно так же делится с остатком 1. Значит, число  так же удовлетворяет требуемому условию.

**II тур.**

Приведите пример трёхзначного натурального числа, большего 600, которое при делении на 4, на 5 и на 6 даёт в остатке 3 и цифры которого расположены в порядке убывания слева направо. В ответе укажите ровно одно такое число.

**Решение:**

https://ege.sdamgia.ru/formula/46/4695a5f29bade9f3bde71d6bbe8eda31p.pngТак как число даёт оди­на­ко­вый оста­ток по мо­ду­лям 4, 5 и 6, то оно также даёт такой же оста­ток и по мо­ду­лю 60. То есть число имеет вид   Все такие числа: 603, 663, 723, 783, 843, 903, 963. Из них под­хо­дят под по­след­нее усло­вие толь­ко 843 и 963.

О т в е т: 843 или 963.

**III тур.**

Группу людей попытались построить в колонну по 8 человек в ряд, но один ряд оказался неполным. Когда ту же группу людей перестроили по 7 человек в ряд, то все ряды были полными, а число их увеличилось на 2. Если бы построили по 5 человек в ряд, то рядов было бы еще на 7 больше, причем один ряд был бы неполным. Сколько всего было людей?

**Решение:**

Пусть всего было m человек и их первоначально построили в k рядов по 8 человек в ряду. Значит, k-1 рядов были полны, а k не полны. Отсюда получаем, что

8(k-1) < m < 8k. Все m человек составляют по условию k+2 ряда по 7 человек в ряду. Следовательно, 7(k+2) = m. И, наконец, если бы рядов стало еще на 7 больше (т.е. k+9) и в каждом было по 5 человек, то k+8 рядов были бы полны, а k+9 не полны. Отсюда получаем последнее неравенство: 5(k+8) < m < 5 (k+9).

Подставим m, выраженное через k, в правую часть первого неравенства. Получим 7k+14 < 8k , т.е. k > 14. Теперь подставим m в правую часть последнего неравенства: 7k+14 < 5k+45, т.е. k < 15,5.

Итак, 14 < k < 15,5, т.к. k – натуральное число, то k=15, m=119.

 Ответ: 119.